Exercice1: (5 pts)

Soit a et b deux nombres réels. La fonction f est définie sur IR par : $f(x) = (ax+b)e^{-x}$

1°)a) Calculer f′(x) et f′′(x).

b) Vérifier que, pour tout réel x : $f(x) = -f''(x) - 2f'(x)$.

2°) Démontrer que f admet une primitive F définie sur IR par : $F(x) = (Ax+B)e^{-x}$ où A et B sont des nombres réels que l'on exprimera à l'aide a et b.

3°) Déterminer a et b pour que f(0) = 5 et f′(0) = -3.

Donner alors f′(x), f′′(x) et F(x).

Exercice2 : (5pts)

Soit la suite (U_n) définie pour tout élément $n \in IN^*$ par : $\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = aU_n + bn + c \end{cases}$ où a, b et c sont trois nombres réels.

1°) Calculer a, b et c sachant que $U_2 = 3$, $U_3 = 4$ et $U_4 = 3$.

2°) On suppose $U_{n+1} = 2U_n - 3n + 4$.

a) Soit la suite numérique (V_n) définie pour tout élément $n \in IN^*$ par $V_n = U_n - 3n + 1$.
Montrer que V_n est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

b) Calculer V_n en fonction de n. En déduire U_n en fonction de n et calculer la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$.

Problème : (10pts)

On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x) = (1-x)e^{-x} - 1$

1°) a) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Calculer la dérivée g′ de la fonction g et dresser son tableau de variation.

c) Calculer g(0) . En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

2°) Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = xe^{-x} - x + 4$. On appelle (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité 2 cm).

a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Démontrer que la droite (Δ) d'équation y = -x + 4 est asymptote à (C_f).

Étudier le signe de f(x) – y et en déduire la position de (C_f) par rapport à (Δ).

c) Calculer la dérivée f′ de f.

d) Vérifier que f′(x) = g(x) et dresser le tableau de variation de f en utilisant le signe de g(x) établit dans la question **c)** de **1°).**

3°) a) Á l'aide du tableau de variation, déterminer le nombre de solution de l'équation f(x)= 0.

b) Donner un encadrement à 10^{-1} près de chacune des solutions.

4°) Tracer (C_f), (Δ) et les tangentes à (C_f) au point d'abscisse -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 4. (On en indiquera le cœfficient directeur).

Support des cours : M. Siaka KONATE (professeur de Maths)
Tel : 76 37 28 96
E-mail : gnatiosia@gmail.com